For initial assignment X=[1,2,2,3]

Burnin=2^6, its=2^6

k= 1 2 3 4

Xa 0.2969 0.3438 0.3594 0

Xb 0.0156 0.0313 0.0156 0.9375

Xc 0 0.0469 0 0.9531

Xd 0.1875 0.2656 0.5469 0

Burnin=2^6, its=2^10

k= 1 2 3 4

Xa 0.1934 0.3594 0.4072 0.0400

Xb 0.0322 0.0508 0.1328 0.7842

Xc 0.0381 0.0566 0.1357 0.7695

Xd 0.1846 0.3438 0.3574 0.1143

Burnin=2^6, its=2^14

k= 1 2 3 4

Xa 0.1661 0.3182 0.3287 0.1870

Xb 0.0639 0.1129 0.2338 0.5894

Xc 0.0602 0.1132 0.2345 0.5921

Xd 0.1843 0.3309 0.3282 0.1566

Burnin=2^6, its=2^18

k= 1 2 3 4

Xa 0.1752 0.3260 0.3255 0.1733

Xb 0.0606 0.1045 0.2385 0.5963

Xc 0.0616 0.1051 0.2383 0.5950

Xd 0.1767 0.3297 0.3261 0.1675

Burnin=2^10, its=2^6

k= 1 2 3 4

Xa 0.0469 0.2500 0 0.7031

Xb 0.1406 0.1094 0.5000 0.2500

Xc 0.0938 0.1250 0.5156 0.2656

Xd 0.0781 0.4844 0.4375 0

Burnin=2^10, its=2^10

k= 1 2 3 4

Xa 0.1611 0.2881 0.3486 0.2021

Xb 0.0840 0.1553 0.1934 0.5674

Xc 0.0732 0.1709 0.1826 0.5732

Xd 0.1504 0.3174 0.3701 0.1621

Burnin=2^10, its=2^14

k= 1 2 3 4

Xa 0.1680 0.3202 0.3325 0.1794

Xb 0.0654 0.1192 0.2415 0.5739

Xc 0.0650 0.1205 0.2451 0.5693

Xd 0.1727 0.3229 0.3165 0.1879

Burnin=2^10, its=2^18

k= 1 2 3 4

Xa 0.1746 0.3221 0.3245 0.1789

Xb 0.0632 0.1128 0.2407 0.5833

Xc 0.0642 0.1128 0.2401 0.5829

Xd 0.1744 0.3260 0.3247 0.1750

Burnin=2^14, its=2^6

k= 1 2 3 4

Xa 0.2031 0.4688 0.2500 0.0781

Xb 0 0.0469 0.3750 0.5781

Xc 0.0156 0.1094 0.3594 0.5156

Xd 0.2500 0.1875 0.2656 0.2969

Burnin=2^14, its=2^10

k= 1 2 3 4

Xa 0.1777 0.3232 0.2734 0.2256

Xb 0.0479 0.0732 0.2607 0.6182

Xc 0.0508 0.0684 0.2529 0.6279

Xd 0.1855 0.3711 0.3545 0.0889

Burnin=2^14, its=2^14

k= 1 2 3 4

Xa 0.1805 0.3367 0.3268 0.1561

Xb 0.0626 0.0964 0.2352 0.6059

Xc 0.0598 0.0985 0.2376 0.6041

Xd 0.1698 0.3293 0.3269 0.1740

Burnin=2^14, its=2^18

k= 1 2 3 4

Xa 0.1736 0.3256 0.3274 0.1733

Xb 0.0620 0.1079 0.2371 0.5930

Xc 0.0625 0.1091 0.2363 0.5922

Xd 0.1766 0.3269 0.3258 0.1707

Burnin=2^18, its=2^6

k= 1 2 3 4

Xa 0.0938 0.2500 0.1094 0.5469

Xb 0.1562 0.2812 0.2188 0.3438

Xc 0.1719 0.2812 0.1719 0.3750

Xd 0.1875 0.2812 0.5312 0

Burnin=2^18, its=2^10

k= 1 2 3 4

Xa 0.1699 0.2842 0.2930 0.2529

Xb 0.0693 0.1270 0.2051 0.5986

Xc 0.0508 0.1211 0.2236 0.6045

Xd 0.1924 0.3438 0.3838 0.0801

Burnin=2^18, its=2^14

k= 1 2 3 4

Xa 0.1628 0.3172 0.3236 0.1964

Xb 0.0662 0.1133 0.2631 0.5574

Xc 0.0715 0.1153 0.2606 0.5527

Xd 0.1776 0.3315 0.3038 0.1871

Burnin=2^18, its=2^18

k= 1 2 3 4

Xa 0.1763 0.3308 0.3207 0.1722

Xb 0.0620 0.1083 0.2412 0.5885

Xc 0.0621 0.1083 0.2402 0.5893

Xd 0.1749 0.3219 0.3276 0.1757

From above simulations, we can conclude that with sufficient rounds of its, the calculated marginal will converge, and this does not depend on the choice of the initial non-zero assignments.

As an example, if we choose the initial assignment X=[2,4,1,3], and Burnin=2^18, its=2^18

k= 1 2 3 4

Xa 0.1771 0.3276 0.3239 0.1714

Xb 0.0627 0.1081 0.2369 0.5923

Xc 0.0619 0.1080 0.2375 0.5927

Xd 0.1733 0.3253 0.3285 0.1728

The simulated result is very similar to the one generated when using initial assignment X=[1,2,2,3].

Matlab note:

For the part, I used the codes gibbs\_2.m and gibbs\_test\_2.m, which are essentially identical to gibbs.m and gibbs\_test.m which are used to answer the Part 1 of Question 2.